MATEMAATIKA AINERAAMATU LISA

VALIKKURSUSED

Võnnu 2020

SISUKORD

[**„Loogika”**](#_txoau9g9u6ni) **4**

[**„Majandusmatemaatika elemendid”**](#_q7tkmzdh46j0) **5**

[**„Arvuteooria elemendid I”**](#_15v2il3vu0hk) **7**

[**„Arvuteooria elemendid II”**](#_1li9otra3fs4) **9**

[**„Diskreetse matemaatika elemendid I”**](#_rfp96sx7ni1j) **11**

[**„Diskreetse matemaatika elemendid II”**](#_zb9h0x8xtqjl) **13**

[**„Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”**](#_27zu2b1u7sy2) **15**

[**„Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”**](#_j2mvo0hmxs39) **17**

Matemaatika ainevaldkonnas on kaheksa valikkursust:

„Loogika”

„Majandusmatemaatika elemendid”

„Arvuteooria elemendid I”

„Arvuteooria elemendid II”

„Diskreetse matemaatika elemendid I”

„Diskreetse matemaatika elemendid II”

„Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”

„Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”.

Valikkursused

# **„Loogika”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) on omandanud ülevaate loogika ajaloolisest arengust ja mõningatest kasutusvaldkondadest;

2) defineerib õigesti mõisteid ja oskab parandada vigaseid definitsioone;

3) mõistab tõestamise vajalikkust ning oskab kasutada vastavaid matemaatilisi vahendeid;

4) määrab lause tõeväärtust (teades komponentlausete tõeväärtusi) komponentlausete tõeväärtuste järgi;

5) selgitab, kuidas tekivad paradoksid.

**Kursuse lühikirjeldus**

Kursuses sisalduvad mõisted, mis on õpilasele tuttavad juba põhikoolist (definitsioon, teoreem, eeldus, väide), kuid lisanduvad ka uued mõisted (teoreemide liigid, kvantorid, laused, paradoksid). Tähelepanu pööratakse matemaatilise teksti esitamisele kvantorite abil ning lihtsamate lausete tõeväärtuse määramisele. Analüüsitakse tuntumaid paradokse ja uuritakse, kuidas paradoksid tekivad.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) määrab mõiste sisu ja mahtu ning liigitab mõisteid;

2) defineerib mõisteid, leiab etteantud definitsioonides ebatäpsusi ja vigu;

3) eraldab teoreemist eelduse ja väite ning moodustab antud teoreemi järgi pöördteoreemi, vastandteoreemi ja pöördvastandteoreemi ning tõestab teoreemi;

4) kasutab matemaatilist teksti kirjutades kvantoreid;

5) teeb tehteid lausetega ning määrab lause tõeväärtust;

6) selgitab paradokside teket.

**Õppesisu**

Mida õpetab loogika? Ajalooline taust. Mõiste. Mõiste defineerimine ja liigitamine. Otsustus. Loogikalause. Lause tõeväärtus. Tehted lausetega. Eitus. Disjunktsioon ja konjunktsioon. Implikatsioon. Ekvivalents. Liitlaused, nende tõeväärtuse leidmine tabeli meetodiga. Loogika-seadusi. Eituse eitus. Vasturääkivuse seadus. Välistatud kolmanda seadus. Järelduvusseos. Tõestamine. Aksioom. Teoreem. Pöördteoreem. Vastandteoreem. Pöördvastandteoreem. Vastuväiteline tõestus. Tarvilikud ja piisavad tingimused. Paradoksid.

# **„Majandusmatemaatika elemendid”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) saab ettekujutuse teda ümbritseva majandusmaailma toimimist kirjeldavatest põhilistest matemaatilistest mudelitest ja nende rakendamise viisidest;

2) oskab kasutada matemaatikat mõistlike otsuste langetamiseks oma majanduskäitumises.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

1) protsentarvutuse rakendused majandusülesandeid lahendades (indeksid, maksustamine, hindade kujunemine, valuutaga seotud arvutused);

2) majandusprotsesside modelleerimine funktsioonide abil (nõudlus, pakkumine, kulu, tulu, puhastulu, reklaamitulu, kauba tellimine);

3) finantsmatemaatika alused (intressid, viivised, laenud).

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) selgitab hinnaindeksite tähendust ja arvutamist kui protsentarvutuse üht rakendust;

2) kasutab protsentarvutust hinnaindeksite, sealhulgas tarbijahinnaindeksite arvutamiseks ja tõlgendamiseks;

3) selgitab põhiliste maksuliikide tähendust (tulu-, sotsiaal-, käibe-, aktsiisimaks jt) ja arvutuskäike kui protsentarvutuse rakendusi;

4) kasutab protsentarvutust palgakulude ja kauba hinna kujunemise selgitamisel ning leidmisel (lihtsamad juhud);

5) selgitab raha ja valuutaga seotud põhilisi mõisteid (kurss, konverteerimine, inflatsioon, reaalpalk) ning oskab neid lihtsamatel juhtudel leida ja arvutada;

6) selgitab funktsioonide kasutamist nõudluse, pakkumise, turutasakaalu, kulu, tulu ja puhastulu ning reklaamitulu modelleerimiseks, oskab neid mudeleid (eelkõige lineaarseid mudeleid) lihtsamatel juhtudel koostada ja rakendada;

7) selgitab liht- ja liitintressi mõistet ning oskab neid rakendada hoiustamise ja laenamisega seotud olukordade ohjamiseks (arvete tasumine, viivised, hoiuste tulusus, laenude kulukus ja kustutamine õppelaenu ja eluasemelaenu näitel).

**Õppesisu**

Protsentarvutuse põhiülesanded. Indeksid. Tarbijahinnaindeks. Põhilised maksud, nende arvutamine (tulu-, sotsiaal-, käibe- ja aktsiisimaksu näitel). Palgakulud. Kauba hinna kujunemine. Valuuta kurss ja konverteerimine. Inflatsiooni arvutamine tarbijahinnaindeksi abil. Reaalpalk. Nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid. Turutasakaal. Kulu-, tulu- ja puhastulufunktsioonid. Reklaamitulu funktsioon. Liht- ja liitintress. Arved ja viivised. Hoiuste tulusus. Laenude kulukus eluaseme ja õppelaenu näitel.

# **„Arvuteooria elemendid I”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) saab parema ettekujutuse täisarvude esitusest kümnendsüsteemis, arvude seostest, põhitulemustest ning tõestusvõtetest, mis on tänapäeval olulised arvutiteaduses ja teistes eluvaldkondades;

2) mõistab ja suudab kasutada põhilisi tõestusmeetodeid, tõestades põhitulemusi ning lahendades ülesandeid;

3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

1) täisarvu esitus kümnendsüsteemis;

2) täisarvude jaguvus, jääkide aritmeetika;

3) alg- ja kordarvud, aritmeetika põhiteoreem;

4) eriliste omadustega arvude klassid.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) kasutab ülesandeid lahendades täisarvu sobivat esitust kümnendsüsteemis (järk)arvude summana;

2) defineerib täisarvude jaguvuse mõistet ja tõestab jaguvusseose põhiomadusi;

3) kasutab jaguvuse põhiomadusi jaguvustunnuseid tuletades ja klassikalisi (tõestus)-ülesandeid lahendades;

4) defineerib jäägiga jagamise mõistet ja tõestab jääkide aritmeetika põhilauseid;

5) kasutab jääkide aritmeetikat klassikalisi (tõestus)ülesandeid lahendades;

6) defineerib alg- ja kordarvu ning kahe täisarvu suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse mõistet;

7) sõnastab (võimaluse korral tõestab) aritmeetika põhiteoreemi ning kasutab seda (tõestus)-ülesandeid lahendades;

8) selgitab algoritme täisarvude suurima ühisteguri ja vähima ühiskordse leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;

9) esitab ülevaate mõne nn huvitavate arvude klassi kuuluva arvude liigi (nt kolmnurkarvude, sõbralike arvude jm) päritolust ning omadustest.

**Õppesisu**

Täisarvude esitus kümnendsüsteemis: täisarvu esitus (järk)arvude summana. Täisarvu ja selle astmete kümnendesituse viimased numbrid. Täisarvude jaguvus ja jääkide aritmeetika. Jaguvus. Jaguvusseose omadused. Jäägiga jagamine. Jaguvustunnused. Arvude kordsed ja tegurid. Alg- ja kordarvud. Suurim ühistegur, vähim ühiskordne. Aritmeetika põhiteoreem. Huvitavad arvud. Hulknurkarvud, täiuslikud ja sõbralikud arvud jm.

# **„Arvuteooria elemendid II”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) saab parema ettekujutuse tänapäeval kasutatavate arvusüsteemide ülesehitamise erinevatest võimalustest ja printsiipidest ning arvutiteaduses rakendust leidnud arvuteooria alusmõistetest ja põhitulemustest;

2) mõistab ning suudab kasutada erinevaid tõestusmeetodeid, tõestades tulemusi ja lahendades tõestusülesandeid;

3) arendaks loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb viiest põhivaldkonnast:

1) matemaatilise induktsiooni printsiip;

2) kongruentsid;

3) arvusüsteemid;

4) ratsionaalarvude kanooniline esitus;

5) Eukleidese algoritm.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) selgitab matemaatilise induktsiooni printsiibi olemust ja rakendusvõimalusi ning kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;

2) defineerib täisarvude jäägivõrdsuse ehk kongruentsuse mooduli järgi ning tõestab kongruentside põhiomadusi;

3) rakendab kongruentse (tõestus)ülesandeid lahendades;

4) selgitab arvusüsteemide ülesehituse erinevaid printsiipe ja toob ajaloolisi näiteid erinevate süsteemide kohta;

5) teisendab kümnendsüsteemi arve mõne teise alusega süsteemi arvudeks ja vastupidi, teeb tehteid kümnest erineva alusega süsteemi arvudega;

6) esitab naturaalarvu kanoonilisel kujul ning leiab selle arvu kõigi positiivsete jagajate arvu ja jagajate summa;

7) teab ratsionaalarvu esitusi taandumatu murruna ja kanoonilisel kujul ning kasutab neid ülesandeid lahendades;

8) kasutab Eukleidese algoritmi täisarvude suurima ühisteguri leidmisel ja ratsionaalarvu esitamisel ahelmurruna;

9) lahendab kahe tundmatuga lineaarseid diofantilisi võrrandeid.

**Õppesisu**

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip ja selle rakendused ülesandeid lahendades. Kongruentsid: täisarvude kongruentsus mooduli järgi. Kongruentside põhiomadused. Kongruentside kasutamine arvuteooria (tõestus)ülesannetes. Arvusüsteemid: positsioonilised ja mittepositsioonilised arvusüsteemid. Näiteid erinevate alustega arvusüsteemide ja nende ülesehituse printsiipide kohta. Kanooniline esitus: positiivse täisarvu kanooniline esitus ja rakendused. Ratsionaalarvu esitus

taandumatu murruna ning kanooniline esitus. Eukleidese algoritm: suurima ühisteguri leidmine. Lineaarsete kahe muutujaga diofantiliste võrrandite lahendamine. Ratsionaalarvu esitus ahelmurruna.

# 

# **„Diskreetse matemaatika elemendid I”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane

1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise matemaatika valdkonna, nn diskreetse matemaatika probleemidest ning nende esmastest lahendusmeetoditest (nende seas Dirichlet’ printsiip, invariandid);

2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamise ja tõestamise võtteid lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;

3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

1) loogikaülesanded;

2) Dirichlet’ printsiip;

3) invariantide meetod.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) lahendab õppesisus loetletud lihtsamaid loogika tüüpülesandeid, kasutades vajaduse korral sobivalt valitud tabeleid, skeeme ja jooniseid;

2) sõnastab Dirichlet’ printsiibi ja tõestab seda vastuväiteliselt;

3) rakendab Dirichlet’ printsiipi ja selle üldistust sõnalisi ning arvudega seotud lihtsamaid (tõestus)ülesandeid lahendades;

4) sõnastab Dirichlet’ printsiibi analoogi geomeetrias ja kasutab seda lihtsamaid planimeetriaülesandeid lahendades;

5) kasutab Dirichlet’ printsiipi tasandi osade värvimisega seotud lihtsamaid (tõestus)-ülesandeid lahendades;

6) selgitab invariantide meetodi olemust ja oskab nimetada mõningaid täisarvudega seotud invariante (nt paarsus, arvude summad, korrutised, jäägid);

7) lahendab lihtsamaid ülesandeid mängudest ja arvude tabelitest, valides sobiva invariandi.

**Õppesisu**

Loogikaülesanded (hulkade elementide vahelise vastavuse leidmine): kes-on-kes-tüüpi ülesanded, ülesandeid tõerääkijate ja luiskajate määramiseks ning kaalumistest ja valamistest. Dirichlet’ printsiip: printsiibi olemus ja selle (vastuväiteline) tõestus. Printsiibi üldistus. Printsiibi rakendamine sõnalisi ja arvuteooria ülesandeid lahendades. Dirichlet’ printsiibi analoog geomeetrias ning selle rakendamine lihtsamaid geomeetria- ja värvimisülesandeid lahendades. Invariandid: paarsuse ja muude täisarvudega seotud invariantide kasutamine mängudega ja arvude tabelitega seotud lihtsamates ülesannetes.

# **„Diskreetse matemaatika elemendid II”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) saab ettekujutuse tänapäeval kiiresti areneva ja olulise diskreetse matemaatika kahe valdkonna kombinatoorika ja graafide teooria lihtsamatest probleemidest ja nende lahendusmeetoditest;

2) oskab kasutada diskreetsele matemaatikale omaseid põhjendamis- ja tõestusvõtteid (tõestus)ülesandeid lahendades ning vormistada korrektselt lahendusi;

3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

1) matemaatiline induktsioon;

2) kombinatoorika elemendid;

3) sissejuhatus graafiteooriasse.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) sõnastab matemaatilise induktsiooni printsiibi klassikalise variandi (sammuga 1) ning selgitab induktsiooni aluse (baasi) ja sammu tähtsust;

2) kasutab matemaatilise induktsiooni printsiipi erineva raskusastmega (tõestus)ülesandeid lahendades;

3) sõnastab kombinatoorika põhireeglid (liitmis- ja korrutamisreegli) ja selgitab nende olemust ning kasutab (tõestus)ülesande kontekstile vastavat põhireeglit objekti valikuvõimaluste arvutamiseks;

4) defineerib kordumisteta ühendid (permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid) ja tuletab nende arvu leidmise valemid ning kasutab neid ülesande kontekstist lähtuvalt (tõestus)ülesandeid lahendades;

5) selgitab kordumistega ühendite (permutatsioonide, variatsioonide ja kombinatsioonide) mõisteid ning kasutab nende arvutamise valemeid lihtsamaid ülesandeid lahendades;

6) tunneb graafi mõistet ning sellega seotud põhimõisteid ja võtteid (serv, tipp, tipu aste, servade loendamine), lahendab sellekohaseid ülesandeid;

7) sõnastab ja tõestab teoreemi graafi paarituarvuliste tippude arvust ning kasutab seda lihtsamaid ülesandeid lahendades;

8) tunneb graafide liike (Euleri graaf, sidus graaf, puu, orienteeritud graaf) ning lahendab ihtsamaid ülesandeid;

9) sõnastab tarviliku ja piisava tingimuse selleks, et graaf oleks Euleri graaf, ning lahendab selle tingimuse abil lihtsamaid ülesandeid;

10) kirjeldab mõnda kursuse temaatikaga seotud ajaloolist probleemi või tutvustab mõistete lisamise ja tulemuste tõestamisega seotud persoone.

**Õppesisu**

Matemaatilise induktsiooni printsiip: printsiip, induktsiooni alus ja samm. Ülesannete lahendamine matemaatilise induktsiooni printsiipi kasutades. Kombinatoorika elemendid: liitmis- ja korrutamisreegel. Kordumisteta permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid ning nende omadused. Liitmis- ja korrutamisreeglite rakendamine ülesandeid lahendades. Kordumistega permutatsioonid, variatsioonid ja kombinatsioonid. Sissejuhatus graafiteooriasse: graafi tipp, serv. Servade loendamine, tipu aste. Teoreem: suvalises graafis on paarisarv paaritu astmega tippe. Euleri graaf. Sidus graaf. Mittesidusa graafi sidususkomponendid. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et graaf oleks Euleri graaf. Puu. Samaväärsed tingimused selleks, et graaf oleks puu. Orienteeritud graaf.

# **„Planimeetria I. Kolmnurkade ja ringide geomeetria”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) tunneb kolmnurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdenurkade meetod);

2) oskab kasutada õpitud meetodeid klassikalisi sünteetilise geomeetria tüüpülesandeid lahendades ning teha korrektseid jooniseid;

3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb kolmest põhivaldkonnast:

1) paralleelsed sirged;

2) kolmnurkade kongruentsus ja sarnasus;

3) ringjoonega seotud nurgad ja lõigud, ringjoonte lõikumine ning puutumine.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) defineerib sirgete paralleelsuse mõistet, sõnastab paralleelsuse tunnused ja tõestab neid;

2) kasutab paralleelsuse tunnuseid ja kiirteteoreemi, lahendades tüüpülesandeid ning (tõestus)-ülesandeid;

3) defineerib kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted, sõnastab võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse tunnused ning tõestab neid tunnuseid;

4) oskab kasutada kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;

5) sõnastab ja tõestab teoreemi täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreemid) ning Pythagorase teoreemi pöördteoreemi;

6) selgitab kolmnurkade võrdsuse ja kolmnurkade pindvõrdsuse mõiste erinevust ning lahendab sellekohaseid ülesandeid;

7) teab kolmnurga võrratusi ja kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;

8) teab põhitulemusi piirdenurga ning ringjoone kõõlu ja puutuja vahelise nurga suuruse kohta ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;

9) sõnastab ja tõestab teoreemid ringjoone kahest kõõlust, lõikajast, puutujast ning lõikajast ja puutujast ning kasutab tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;

10) lahendab lihtsamaid (tõestus)ülesandeid ringjoonte lõikumise ja puutumise kohta.

**Õppesisu**

Paralleelsed sirged. Sirgete paralleelsus. Sirgete paralleelsuse tunnused. Kiirteteoreem. Ajalooline ülevaade sirgete paralleelsuse küsimusest (nn paralleelide aksioomi küsimus). Kolmnurk. Kolmnurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse definitsioonid ning tunnused. Teoreem täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust tõmmatud kõrgusest ja selle järeldused (Pythagorase, Eukleidese ja kõrguse teoreem). Pythagorase teoreemi pöördteoreem. Kolmnurkade pindvõrdsus. Kolmnurga võrratus. Ring, ringjoon. Kesk- ja piirdenurgad. Piirdenurga suurus. Thalese teoreem. Nurk kõõlu ja puutuja vahel. Teoreemid ringjoone kahest kõõlust, kahest lõikajast ning puutujast ja lõikajast. Ühest punktist ringjoonele tõmmatud puutujalõikude võrdsus. Punkti potents ringjoone suhtes. Kahe ringjoone sisemine (välimine) puutumine.

# **„Planimeetria II. Hulknurkade ja ringide geomeetria”**

**Õppe-eesmärgid**

Valikkursusega taotletakse, et õpilane:

1) tunneb hulknurkade ja ringide geomeetria alusmõisteid ja põhitulemusi ning valdab nende tõestamise põhimeetodeid (paralleelsus, kongruentsus, sarnasus, piirdenurkade meetod, lisakonstruktsioonide meetod);

2) oskab loovalt kasutada õpitud meetodeid sünteetilise geomeetria (tõestus)ülesandeid lahendades ning teha korrektseid lihtsamaid jooniseid sirkli ja joonlauaga ja/või arvutiga, kasutades mõnda dünaamilise geomeetria programmi;

3) arendab loovat ja paindlikku matemaatilist mõtlemist.

**Õppeaine kirjeldus**

Kursus koosneb neljast põhivaldkonnast:

1) hulknurkade (nelinurkade) liigitus ja põhiomadused;

2) kõõlnelinurk;

3) kolmnurgaga seotud lõigud (kesklõigud, mediaanid, nurgapoolitajad, kõrgused, keskristsirged) ja ringjooned (sise- ja ümberringjoon);

4) konstruktsioonülesanded.

**Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1) tuletab valemid hulknurga sise- ja välisnurkade summa ning diagonaalide arvu leidmiseks ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;

2) defineerib hulknurkade võrdsuse (kongruentsuse) ja sarnasuse mõisted ning kasutab kongruentsuse ja sarnasuse meetodeid (tõestus)ülesandeid lahendades;

3) tunneb nelinurkade (ruut, ristkülik, romb, rööpkülik, trapets) definitsioone ja omadusi ning kasutab neid (tõestus)ülesandeid lahendades;

4) sõnastab ja tõestab tarvilikke ja piisavaid tingimusi selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk, kasutab kõõlnelinurkade meetodit (tõestus)ülesandeid lahendades ning nelja punkti ühel ringjoonel asumist põhjendades;

5) defineerib kolmnurgaga seotud lõikude (kesklõik, mediaan, nurgapoolitaja, kõrgus, keskristsirge) mõisted ja tõestab nende põhiomadusi ning kasutab saadud tulemusi (tõestus)ülesandeid lahendades;

6) kasutab erinevaid meetodeid tõestamaks, et iga kolmnurga kolm mediaani (nurgapoolitaja, keskristsirge, kõrgus) lõikuvad ühes punktis;

7) teab, milliste lõikude lõikepunktis asuvad kolmnurga sise- ja välisringjoone keskpunktid, ning kasutab seda teadmist (tõestus)ülesandeid lahendades; saavutab teatud vilumuse põhiliste konstruktsioonülesannete lahendamisel sirkli ja joonlauaga.

**Õppesisu**

Hulknurk: kumerad ja mittekumerad hulknurgad, korrapärased hulknurgad. Hulknurga sise- ja välisnurkade summa. Hulknurga diagonaalid. Hulknurkade kongruentsus (võrdsus) ja sarnasus. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks ruut (ristkülik, romb, rööpkülik, trapets). Kõõlnelinurk. Tarvilikud ja piisavad tingimused selleks, et nelinurk oleks kõõlnelinurk: samale kaarele toetuvad piirdenurgad, teineteise vastas asuvad piirdenurgad, diagonaalide lõikude pikkuste korrutis (ringjoone lõikuvate kõõlude omadus), Ptolemaiose teoreem. Nelja punkti asumisest ühel ringjoonel. Lõigud ja ringjooned kolmnurgas: kolmnurga kesklõigud, kesklõikude ja nendest moodustatud kolmnurga omadused. Tarvilik ja piisav tingimus selleks, et punkt asuks antud nurga poolitajal (antud lõigu keskristsirgel). Teoreemid kolmnurga mediaanide (nurgapoolitajate, kõrguste, keskristsirgete) lõikumisest ühes punktis. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Konstruktsioonülesanded. Põhikonstruktsioonid sirkli ja joonlauaga (antud nurga poolitaja, lõigu keskristsirge, sirgele antud punktist ristsirge või paralleelsirge konstrueerimine, kolmnurga sise- ja ümberringjoone konstrueerimine, ringjoone puutuja konstrueerimine, lõigu jaotamine antud suhtes, hulknurkade konstrueerimine). Ajalooline ülevaade klassikaliste konstruktsioonülesannete (ringi kvadratuur, kuubi duplikatsioon, nurga trisektsioon) tegemise võimalikkusest.